RÉVOLUTION SCIENTIFIQUE,

MON PREMIER LIVRE DE MATHÉMATIQUES MODERNES

RÉVOLUTION SCIENTIFIQUE,

Mathématiques appliquées

Résumé :

Le quatrième livre (Livre IV) des travaux de recherches de TOSSOU baptisés ''Révolution scientifique''. Livre regroupant des énoncés sur des nouvelles notions mathématiques mises au point par TOSSOU en plus des problèmes en attentes de solution sur le nouveau corps des nombres ($\mathbb{R}\varphi 2$) découvert par TOSSOU. A cet effet, c'est aussi un livre pour des chercheurs

ÉBÉNÉZÈRE TOSSOU

tobenaza@gmail.com

$\mathbb{R}\varphi 2$

Mathspace

LIVRE IV :

MON PREMIER LIVRE DE MATHÉMATIQUES MODERNES

Ebénézère TOSSOU

- Vous pourriez consulter l'intégralité des travaux sur www.mathspace.com ou sur mon compte facebook intitulé « Tossou Ebenezer »

Note.

"Chacun d'entre nous à quelque chose en lui, et qui lui parle souvent, ça dépend si ce quelque chose est timide en vous ou non."

MON PREMIER LIVRE DE MATHÉMATHIQUES MODERNES

- $$\int_{\infty}^{x} \frac{u'}{2u}\left[1 - a\,\underset{[a]}{ts}\,u\right] \cdot du = 1 - a\,\underset{[a]}{ts}\,x \,,\ a > 1,$$
  ts désigne la fonction clone de TOSSOU

- CORPS $\mathbb{R}_{\gamma^2}$: Corps des nombres réels artificiels
  $$(1 \oplus 2)_{\gamma^2} = 5_{\gamma^2}$$

- $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} = \varepsilon$ (et non $\frac{1}{2}$), $|\varepsilon| < 1$ et $e^{|\varepsilon|} \simeq 1$

- $\int_{1}^{t} \frac{dx}{x}$, $t > 1$ (sans faire à $\ln$...)

Note.

Troisième hypothèse du troisième principe de Tossou:

"si je cherche le hasard ~~en~~ mathématique et par les mathématiques, je ne pourrais qu'aller le chercher au-delà de l'infini."

SOMMAIRE

Introduction

Mon premier livre de mathématiques modernes traite essentiellement des nouvelles notions découvertes et mises au point à travers les livres: livre I (analyse et ou analyse fonctionnelle), livre II (Espace $T_{S\infty}$, un nouveau monde), livre III (la théorie des lois de chance de philosophie naturelle). A cet effet, il y a des exercices préalablement traités dans les trois livres précédents qui sont encore repris ici, mais d'une manière plus détaillée. De facto, j'ai pour la plupart de temps utilisé dans le présent livre, des méthodes nouvelles. C'est un livre, en partie, axiomatisé. Vous pouvez découvrir par exemple comment chercher la primitive de $\frac{1}{x}$ ($\int\frac{dx}{x}$) sans faire appel à la fonctionnalité logarithme népérien ($\ln$), vous allez également découvrir comment approximer la loi CET à la loi de poisson, comment calculer les valeurs numériques de $\sqrt[n]{a}$ sans toucher à la calculatrice comment étudier les fonctions irrationnelles de type $\sqrt[n]{f(x)}$, ($n \in \mathbb{Z}^* \setminus \{1\}$), comment étudier les fonctions à domaine excepté, comment manipuler les nombres réels artificiels etc.

I- Méthode de combinaison linéaire à pivot égal 1 de TOSSOU (MCL à pivot égal à 1 de TOSSOU), les méthodes logarithmiques de TOSSOU, la tossoumatique équationnelle ($T_{\frac{SC}{CET}}(a,b)$), la fonction clone de TOSSOU et les fonctions irrationnelles de type $\sqrt[n]{f(x)}$ ($n \in \mathbb{Z}^* \setminus \{1\}$)

ÉNONCÉS DES EXERCICES

ENONCÉ 1

Développer par la méthode de combinaison linéaire à pivot égal à 1 de TOSSOU (MCL à pivot égal à 1) les binômes ou expressions suivantes :

1°) $(1+\sqrt{2})^3$ et $(1+\sqrt{2})^{\frac{1}{3}}$ (l'erreur doit être minimale)

2°) $(a+b+c)^3$ et $(a+b)^{10}$

ENONCÉ 2

1°) Développer par MCL à pivot égal à 1

$(1+3x)^2$, $(1+x)^{-3}$, $(a+b)^{-3}$ et $(1+x)^{\sqrt{2}}$

2°) Calculer par MCL à pivot égal à 1 C_{120}^4 ou $\binom{120}{4}$

3°) Calculer par la méthode de dérivées successives C_3^2 et C_5^3

ÉNONCÉ 3

1°) Développer par la méthode logarithmique de TOSSOU $(1-x)^3$ et $(a-b)^3$

2°) Développer sur le corps $\mathbb{R}_{\alpha 2}$ $(1+x)^3$ et $(a+b)^3$ par la méthode de TOSSOU en utilisant l'opérateur $\oplus$

ÉNONCÉ 4

Établir la formule résumant le triangle de Pascal à partir du développement par MCL à pivot égal à 1.

ÉNONCÉ 5

1°) a) Développer par MCL à pivot égal à 1 tout en minimisant l'erreur à 10^{-2} près le binôme de TOSSOU suivant : $(1+x)^{\frac{1}{2}}$

b) Déduire de ce qui précède la valeur de $\sqrt{2}$, on pourrait s'arrêter à 11 termes près pour le dvt de $(1+x)^{\frac{1}{2}}$

2°) a) En exploitant la fonction limitée de TOSSOU ($t(x) = x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{8}x^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{16}x^{-\frac{5}{2}} + \Delta E(x)$)

Calculer la valeur approchée de $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ et essayer de comparer le résultat de $\sqrt{2}$ avec le précédent.

3°) a) Déterminer $\int \frac{dx}{x}$ à partir des questions précédentes

b) En déduire $\int_1^t \frac{dx}{x}$ après avoir négligé l'erreur puis calculer $\ln 1$ en admettant que $\ln t = \int_1^t \frac{dx}{x}$.

ÉNONCÉ 6

Soit a un nombre réel strictement supérieur à 1 et ts désigne la fonction clone de TOSSOU

1°) a) Montrer que $\int_{\infty}^{x} \frac{u'}{2u}\left[1 - a\, ts_{[a]}u\right] \cdot du = 1 - a\, ts_{[a]}x$, $a>1$ et $x < \infty$.

b) En posant $f(x) = \int_{\infty}^{x} \frac{u'}{2u}\left[1 - a\, ts_{[a]}u\right] \cdot du$, montrer que f converge.

2°) a) En exploitant la tossoumatique équationnelle, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(-3)^x = \sqrt[3]{9}$ et l'équation $3^x - 3 = 2$.

b) Peut-on résoudre l'équation $(-3)^x = \sqrt[3]{9}$ à l'aide de la fonctionnalité logarithme népérien (ln) ? Justifie ta réponse.

3°) Calculer $\sqrt{1,7}$ sans toucher à la calculatrice.

ÉNONCÉ 7

Soit la fonction intégrale définie par :

$f(x) = \int_{\infty}^{x} \frac{u'}{2u}\left[1 - a\, ts_{[a]}u\right] \cdot du$, $0 < x < \infty$ et $a > 1$, ts désigne la fonction clone de TOSSOU.

c) $[(-x+1) \ominus (x-2) = -x+3]_{q2}$

ÉNONCÉ 13

Résoudre dans $\mathbb{R}_{q2}$ l'inéquation suivante :

$(x \oplus 1)_{q2} \leq 0$

ÉNONCÉ 14

Résoudre sur $\mathbb{R}_{q2} \otimes \mathbb{R}_{q2}$ les systèmes d'équations ci-après :

a) $S_1 : \begin{cases} x \oplus y = 1_{q2} \\ x \ominus y = -31_{q2} \end{cases}$; b) $S_2 : \begin{cases} [(x+1)^2-1]_{q2} \ominus [(y+1)^2-1]_{q2} = 63_{q2} \\ x \oplus [(y+1)^3-1]_{q2} = -1_{q2} \end{cases}$

c) $S_3 : [x \oplus y = x \ominus y]_{q2}$; d) $S_4 : [\frac{x}{\ominus y} = x \otimes y]_{q2}$

ÉNONCÉ 15

soient $x, x' \in \mathbb{R}$ tel que $x = 1$ et $x' = 3$;

1°) Calculer x_{q2}, x_{q3} et x'_{q2}, x'_{q3}

2°) a) Montrer que x_{q3} et x'_{q3} sont respectivement des nombres de classe 3 - équivalents de x_{q2} et x'_{q2} sur le corps $(\mathbb{R}_{q2}, \oplus, \otimes)$

b) Calculer $p = x \times x'$, $P_{q2} = x_{q2} \otimes x'_{q2}$ et $P_{q3} = x_{q3} \otimes x'_{q3}$

3°) a) Montrer que $P = TS_2^{\infty} P_{q2} = TS_3^{\infty} P_{q3} = TS_2^{\infty}(\Gamma_T(P_{q3})_{q2})$

b) En déduire que $P_{q2} = \Gamma_T(P_{q2})_{q2}$ puis conclure

ENONCÉ 16

On admet que nous sommes sur le corps $\mathbb{R}_{q2}$ de structure $(\mathbb{R}_{q2}, +, \cdot)$, Calculer $\tan 60°15'_{q2}$

ÉNONCÉ 17 (énoncé extrait du livre de comptabilité de TCHOWOU Pierre parue aux éditions << TCHOPIER's >> et modifié)

Dans le bilan de fin d'exercice de l'entreprise << LESLIE >> au 31/12/N, on lit :

- Matériel de transport - - - - - - - 8 000-000 F
- Caisse - - - - - - - - - - - - - - - 500.000 F
- Marchandises - - - - - - - - - - - 3.200.000F
- Fournisseurs - - - - - - - - - - - - 1.300.000F
- Terrain - - - - - - - - - - - - - - $402,4275832F_{\mathbb{R}^2}$
- Emprunt bancaire - - - - - - - - - - 900.000 F
- Matières premières - - - - - - - - - 600.000F
- Réserves - - - - - - - - - - - - - - 100.000F
- Banque - - - - - - - - - - - - - - - 300.000F
- Capital - - - - - - - - - - - - - - 15.000.000F

Contexte

L'entreprise « LESLIE » décide de migrer toutes les données vers le corps $(\mathbb{R}_{\alpha^2}, \oplus, \otimes)$ tout en les surclassant sur la classe 1,000001 du corps réel $\mathbb{R}_{\alpha^2}$.

Travail à faire

1 - Déterminer sur le corps $\mathbb{R}_{\alpha^2}$:

a - le total des biens

b - le total des dettes

c - le résultat net

2°) Etablir (sur $\mathbb{R}_{\alpha^2}$) le bilan de l'entreprise au 31/12/N

3°) a) Quelle est (sur $\mathbb{R}_{\alpha^2}$) la fortune de l'entreprise

b) Retrouver à partir du résultat précédent la fortune de l'entreprise sur le corps réel $\mathbb{R}$.

Note.

Le montant du terrain est de la classe 1,000001 du corps $\mathbb{R}_{\alpha^2}$.

ÉNONCÉ 18

Effectuer sur $\mathbb{R}_{\alpha^2}$ les opérations matricielles suivantes :

CORRIGÉ TYPE DES ÉNONCÉS

ÉNONCÉ 4

Etablissons la formule résumant le triangle de Pascal :

$$C_n^p = \left(\frac{n-p+1}{p}\right) C_n^{p-1} \text{ avec } 0<p\leq n \text{ et } C_n^0 = 1, \forall n \in \mathbb{N}.$$

ÉNONCÉ 5

1°) développons par McL à pivot égal à 1 $(1+x)^{\frac{1}{2}}$ tout en minimisant l'erreur à 10^{-2} près :

$$(1+x)^{\frac{1}{2}} = \overset{x}{1}\cdot x^{\frac{1}{2}} + \frac{\left(\frac{1}{2}\times 1\right)}{1} x^{\left(\frac{1}{2}-1\right)} + \frac{\left(-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)}{2} x^{\left(-\frac{1}{2}-1\right)} + \frac{\left(-\frac{3}{2}\times\left(-\frac{1}{8}\right)\right)}{3} x^{-\frac{5}{2}}$$
$$+ \frac{\left(-\frac{5}{2}\times\frac{1}{16}\right)}{4} x^{-\frac{7}{2}} + \frac{\left(-\frac{5}{128}\times\left(-\frac{7}{2}\right)\right)}{5} x^{-\frac{9}{2}} + \frac{\left(-\frac{9}{2}\times\frac{7}{256}\right)}{6} x^{-\frac{11}{2}} +$$
$$\frac{\left(\frac{11}{2}\times\frac{21}{1024}\right)}{7} x^{-6} - \frac{\left(6\times\frac{33}{2048}\right)}{8} x^{-7} + \frac{\left(7\times\frac{99}{8192}\right)}{9} x^{-8} -$$
$$\frac{\left(8\times\frac{77}{8192}\right)}{10} x^{-9} + \Delta E(x)$$

$$(1+x)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{8}x^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{16}x^{-\frac{5}{2}} - \frac{5}{128}x^{-\frac{7}{2}} - \frac{5}{128}x^{-\frac{7}{2}} +$$
$$\frac{7}{256}x^{-\frac{9}{2}} - \frac{21}{1024}x^{-\frac{11}{2}} + \frac{33}{2048}x^{-6} - \frac{99}{8192}x^{-7} +$$
$$\frac{77}{8192}x^{-8} - \frac{308}{40960}x^{-9} + \Delta E(x)$$

- Evaluons l'erreur pour s'assurer qu'elle est minimale à 10^{-2} près ; prenons simplement $x = 1$ pour voir :

$$(1+1)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} = (1)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{5}{128} + \frac{7}{256} - \frac{21}{1024} + \frac{33}{2048} -$$
$$\frac{99}{8192} + \frac{77}{8192} - \frac{308}{40960} + \Delta E(1)$$

$= 1{,}411 + \Delta E(1)$, or avec calculatrice $\sqrt{2} = 1{,}414$, donc $\Delta E(1) = 1{,}414 - 1{,}411 \simeq 0{,}003$, ainsi l'erreur est bien minimale au centième près puisque $3\cdot 10^{-3} < 10^{-2}$.

b) Déduisons de ce qui précède la valeur de $\sqrt{2}$:

$$\sqrt{2} = (1+1)^{1/2} \simeq 1,411$$

2°) a) Calculons la valeur approchée de $\sqrt{2}$ à partir de la fonction limitée de TOSSOU :

$$t(x) = x^{1/2} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{8}x^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{16}x^{-\frac{5}{2}} + \Delta E(x)$$, ainsi

$$t(x) = x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{8x^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{16x^{\frac{5}{2}}} + \Delta E(x)$$

$$\sqrt{2} = t(0,5) = \sqrt{0,5} + \frac{1}{2\sqrt{0,5}} - \frac{1}{8\sqrt{0,5^3}} + \frac{1}{16\sqrt{0,5^5}} + \Delta E(0,5)$$

$\Delta E(0,5) \simeq 0$ puisque $\sqrt{2} - t(0,5) \simeq 0$, donc

$$\sqrt{2} \simeq \sqrt{0,5} + \frac{1}{2\sqrt{0,5}} - \frac{1}{8\sqrt{0,5^3}} + \frac{1}{16\sqrt{0,5^5}} \quad (1)$$ à présent cherchons $\sqrt{0,5}$;

$$\sqrt{0,5} = \sqrt{\frac{5}{10}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{(1+4)^{1/2}}{(1+9)^{1/2}} = \frac{4^{1/2} + \frac{1}{2}\cdot 4^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{8}\cdot 4^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{16}4^{-\frac{5}{2}}}{9^{1/2} + \frac{1}{2}9^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{8}9^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{16}9^{-\frac{5}{2}}}$$

4 et 9 étant des carrés parfaits, donc on a :

$$4^{1/2} + \frac{1}{2}4^{-1/2} - \frac{1}{8}4^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{16}4^{-\frac{5}{2}} = \sqrt{4} + \frac{1}{2\sqrt{4}} - \frac{1}{8\sqrt{4^3}} + \frac{1}{16\sqrt{4^5}}$$
$$= 2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{8\times4\times2} + \frac{1}{16\times16\times2}$$
$$= \frac{1145}{512} \quad (i)$$

$$9^{1/2} + \frac{1}{2}9^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{8}9^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{16}9^{-\frac{5}{2}} = \sqrt{9} + \frac{1}{2\sqrt{9}} - \frac{1}{8\sqrt{9^3}} + \frac{1}{16\sqrt{9^5}}$$
$$= 3 + \frac{1}{6} - \frac{1}{216} + \frac{1}{3888}$$
$$= \frac{12295}{3888} \quad (j)$$

de (i) et (j), $\sqrt{0,5} = \frac{1145}{512} \times \frac{3888}{12295} = \frac{4451760}{6295040} \simeq 0,7071853396$

donc $\sqrt{0,5} \simeq 0,7071853396$ (2) ; or avec calculatrice $\sqrt{0,5} = 0,7071067812$, donc l'erreur $|\Delta E(x)|$ est très minimale ; $|\Delta E(x)| = |\sqrt{0,5} - 0,7071853396| = 7,858381\cdot 10^{-5}$ et $|\Delta E(x)| < 0,1$; remplaçons à présent (2) dans (1), on a : $\sqrt{2} = \frac{55647}{78688} + \frac{1}{2} \times \frac{78688}{55647} - \frac{1}{8} \times \left(\frac{78688}{55647}\right)^3 + \frac{1}{16}\left(\frac{78688}{55647}\right)^5$

$= 1,41421588$

$\underline{\sqrt{2} \simeq 1,41421588}$, or avec calculatrice $\sqrt{2} =$ 1,414213562 , donc le résultat de valeur approchée de $\sqrt{2}$ obtenue à partir de la fonction limitée de TOSSOU est plus précise que celui obtenu à par de la MCL à pivot égal à 1 à 11 termes près du développement de $(1+x)^{\frac{1}{2}}$.

D'après la fonction limitée de TOSSOU on a :

* $\sqrt{5}$, d'après la fonction limitée de TOSSOU on a :

$$\sqrt{5} = (1+4)^{1/2} \simeq 4^{1/2} + \frac{1}{2}4^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{8}4^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{16}4^{-\frac{5}{2}} = t(4)$$

$$\simeq \frac{1145}{512} , \quad \underline{\sqrt{5} \simeq \frac{1145}{512}}.$$

* $\sqrt{10} = (1+9)^{1/2} \simeq 9^{1/2} + \frac{1}{2}9^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{8}9^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{16}9^{-\frac{5}{2}} = t(9)$

$$\simeq \sqrt{9} + \frac{1}{2\sqrt{9}} - \frac{1}{8\sqrt{9^3}} + \frac{1}{16\sqrt{9^5}}$$

$$\simeq \frac{12295}{3888} , \text{ ainsi } \underline{\sqrt{10} \simeq \frac{12295}{3888}};$$

• Il faut remarquer que $t(1) \neq \sqrt{2}$ ou $t(1) \neq (1+1)^{1/2}$ puisque $\sqrt{2}$ est la base de tout nombre $\sqrt{a}$, donc c'est un cas particulier.

* $\sqrt{3} = (1+2)^{1/2} \simeq t(2) = 1,734621323$

3°) a) Déterminons $\int \frac{dx}{x}$ à partir des questions précédentes :

Pour rappel, $(1+x)^{\frac{1}{2}} = x^{1/2} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{8}x^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{16}x^{-\frac{5}{2}} - \frac{5}{128}x^{-\frac{7}{2}} + \frac{7}{256}x^{-\frac{9}{2}} - \frac{21}{1024}x^{-\frac{11}{2}} + \frac{33}{2048}x^{-6} - \frac{99}{8192}x^{-7} + \frac{77}{8192}x^{-8} - \frac{308}{40960}x^{-9} + \Delta E(x)$;

à présent, multiplions $(1+x)^{1/2}$ par x^5 puis déduire par la suite x^{-1} (ou $\frac{1}{x}$), ainsi on a :

$x^5 (1+x)^{1/2} = x^{\frac{11}{2}} + \frac{1}{2}x^{\frac{9}{2}} - \frac{1}{8}x^{\frac{7}{2}} + \frac{1}{16}x^{\frac{5}{2}} - \frac{5}{128}x^{\frac{3}{2}} + \frac{7}{256}x^{\frac{1}{2}} +$

$$-\frac{21}{1024}x^{-\frac{1}{2}}+\frac{33}{2048}x^{-1}-\frac{99}{8192}x^{-2}+\frac{77}{8192}x^{-3}-\frac{308}{40960}x^{-4}+x^{5}\cdot\Delta E(x);$$

à présent, je vais tirer x^{-1} (ou $\frac{1}{x}$) de l'expression précédente:

$$\frac{1}{x}=\frac{2048}{33}x^5(1+x)^{\frac{1}{2}}-\frac{2048}{33}x^{\frac{11}{2}}-\frac{1024}{33}x^{\frac{9}{2}}+\frac{256}{33}x^{\frac{7}{2}}-\frac{128}{33}x^{\frac{5}{2}}+\frac{80}{33}x^{\frac{3}{2}}-\frac{56}{33}x^{\frac{1}{2}}+\frac{42}{33}x^{-\frac{1}{2}}+\frac{99}{132}x^{-2}-\frac{77}{132}x^{-3}+\frac{77}{165}x^{-4}-\frac{2048}{33}x^{5}\cdot\Delta E(x)\Leftrightarrow$$

$$\int\frac{dx}{x}=\int\frac{2048}{33}x^5(1+x)^{\frac{1}{2}}dx-\int\frac{2048}{33}x^{\frac{11}{2}}dx-\int\frac{1024}{33}x^{\frac{9}{2}}\cdot dx+\int\frac{256}{33}x^{\frac{7}{2}}dx-\int\frac{128}{33}x^{\frac{5}{2}}\cdot dx+\int\frac{80}{33}x^{\frac{3}{2}}dx-\int\frac{56}{33}x^{\frac{1}{2}}\cdot dx+\int\frac{42}{33}x^{-\frac{1}{2}}\cdot dx+\int\frac{99}{132}x^{-2}\cdot dx-\int\frac{77}{132}x^{-3}\cdot dx+\int\frac{77}{165}x^{-4}dx-\int\frac{2048}{33}x^{5}\cdot\Delta E(x)dx$$

Posons $I=\int x^5(1+x)^{\frac{1}{2}}dx$, en intégrant successivement et par partie I on obtient:

$$I=\frac{2}{3}x^5(1+x)^{\frac{3}{2}}-\frac{20}{15}x^4(1+x)^{\frac{5}{2}}+\frac{160}{105}x^3(1+x)^{\frac{7}{2}}-\frac{960}{945}x^2(1+x)^{\frac{9}{2}}+\frac{3840}{10395}\cdot x(1+x)^{\frac{11}{2}}-\frac{7680}{135135}(1+x)^{\frac{13}{2}}$$, à cet effet

$$\int\frac{dx}{x}=\frac{2048}{33}I-\frac{4096}{429}x^{\frac{13}{2}}-\frac{2048}{363}\cdot x^{\frac{11}{2}}+\frac{512}{297}\cdot x^{\frac{9}{2}}-\frac{256}{231}x^{\frac{7}{2}}+\frac{160}{165}x^{\frac{5}{2}}-\frac{112}{99}x^{\frac{3}{2}}+\frac{84}{33}x^{\frac{1}{2}}-\frac{99}{132}x^{-1}+\frac{77}{264}x^{-2}-\frac{77}{495}x^{-3}-\frac{2048}{33}\int x^5\cdot\Delta(x)\cdot dx+C,\ C=cste$$

$$\text{donc }\int\frac{dx}{x}=\left(\frac{4096}{99}\right)x^5\cdot(1+x)^{\frac{3}{2}}-\frac{40960}{495}x^4(1+x)^{\frac{5}{2}}+\frac{327680}{3465}x^3(1+x)^{\frac{7}{2}}-\frac{1966080}{31185}\cdot x^2(1+x)^{\frac{9}{2}}+\frac{7864320}{343035}\cdot x(1+x)^{\frac{11}{2}}-\frac{15728640}{4459455}(1+x)^{\frac{13}{2}}-\frac{4096}{429}x^{\frac{13}{2}}-\frac{2048}{363}x^{\frac{11}{2}}+\frac{512}{297}x^{\frac{9}{2}}-\frac{256}{231}\cdot x^{\frac{7}{2}}+\frac{160}{165}x^{\frac{5}{2}}-\frac{112}{99}x^{\frac{3}{2}}+$$

$$\frac{84}{33}x^{\frac{1}{2}} - \frac{99}{132}x^{-1} + \frac{77}{264}x^{-2} - \frac{77}{495}x^{-3} - \frac{2048}{33}\int x^5 \Delta E(x)\cdot dx + C$$

b) Déduisons $\int_1^t \frac{dx}{x}$ après avoir négligé l'erreur :

$$\int_1^t \frac{dx}{x} = \frac{4096}{99}\cdot t^5(1+t)^{\frac{3}{2}} - \frac{8192}{99}\cdot t^4(1+t)^{\frac{5}{2}} + \frac{65536}{693}\cdot t^3(1+t)^{\frac{7}{2}} - \frac{131072}{2079}\cdot t^2(1+t)^{\frac{9}{2}} + \frac{1572864}{68607}\cdot t(1+t)^{\frac{11}{2}} - \frac{1048576}{297297}\times (1+t)^{\frac{13}{2}} - \frac{4096}{429}\cdot t^{\frac{13}{2}} - \frac{2048}{363}\cdot t^{\frac{11}{2}} + \frac{512}{297}\cdot t^{\frac{9}{2}} - \frac{256}{231}t^{\frac{7}{2}} + \frac{160}{165}\cdot t^{\frac{5}{2}} - \frac{112}{99}t^{\frac{3}{2}} + \frac{84}{33}t^{\frac{1}{2}} - \frac{99}{132}t^{-1} + \frac{77}{264}t^{-2} - \frac{77}{495}t^{-3} + 2{,}24354757$$

Note.

Un piège à éviter, il ne faut pas surtout considérer directement le résultat de I dans le calcul de $\int_1^t \frac{dx}{x}$ puisque le résultat de I est obtenu suite à plusieurs intégrations, donc les valeurs que va générer $x=1$ n'étaient pas prises en compte lorsqu'on a uniquement cherché la primitive. En fait, I est égal, (dans le présent cas de $\int_1^t \frac{dx}{x}$) :

$$I = \left[\frac{2}{3}x^5(1+x)^{\frac{3}{2}} - \frac{20}{15}x^4(1+x)^{\frac{5}{2}} + \frac{160}{105}x^3(1+x)^{\frac{7}{2}} - \frac{960}{945}x^2(1+x)^{\frac{9}{2}} + \frac{3840}{10395}\cdot x(1+x)^{\frac{11}{2}} - \frac{7680}{135135}(1+x)^{\frac{13}{2}}\right]_1^t \text{ avec}$$

$$I = \int_1^t x^5(1+x)^{\frac{1}{2}}dx$$

- Calculons $\ln 1$, en admettant que $\ln t \simeq \int_1^t \frac{dx}{x}$

$$\ln 1 = -6{,}275\cdot 10^{-8} \simeq 0$$

ENONCÉ 6

1°) a) Montrons que $\int_{\infty}^{x} \frac{u'}{2u}(1 - a\,ts_{[a]}u)\cdot du = 1 - a\,ts_{[a]}x$: $x < \infty$ et $a > 1$

D'après les travaux précédents, $ts'_{[a]}u = \frac{u'}{2au}\cdot[a\,ts_{[a]}u - 1]$, ainsi $\int_{x}^{\infty} \frac{u'}{2au}\cdot[a\,ts_{[a]}u - 1]\cdot du = \int_{x}^{\infty} ts'_{[a]}u\cdot du$

$$= [ts_{[a]}u]_{x}^{\infty}$$

$$= \lim_{u\to\infty} ts_{[a]}u - ts_{[a]}x$$, or

$\lim_{u\to+\infty} ts_{[a]}u = \frac{1}{a}$, donc $\int_{x}^{\infty} ts'_{[a]}u\,du = \frac{1}{a} - ts_{[a]}x$, ainsi

$\int_{x}^{\infty} \frac{u'}{2au}\cdot[a\,ts_{[a]}u - 1]\cdot du = \frac{1}{a} - ts_{[a]}x$ ©, en multipliant l'égalité © par a on obtient :

$\int_{x}^{\infty} \frac{u'}{2u}\cdot[a\,ts_{[a]}u - 1]\cdot du = 1 - ts_{[a]}x \Leftrightarrow \int_{\infty}^{x} \frac{u'}{2u}[1 - a\,ts_{[a]}u]\cdot du =$

$1 - a\,ts_{[a]}x$, $a > 1$ et $x < \infty$

b) Montrons que f converge :

$$f(x) = \int_{\infty}^{x} \frac{u'}{2u}[1 - a\,ts_{[a]}u]\cdot du = 1 - a\,ts_{[a]}x$$, $a > 1$, or

$\lim_{x\to\infty} ts_{[a]}x = \frac{1}{a}$, $a \in]1, +\infty[$, par conséquent la fonction f converge, puisque si $x \to \infty$, $f(x) \to 0$

2°) a) Résolvons dans $\mathbb{R}$ les équations données en exploitant la tossoumatique équationnelle :

* $(-3)^x = \sqrt[3]{9} \Rightarrow x = Tse_{[\varepsilon]}(-3, \sqrt[3]{9}) = \frac{2}{3}$, $x = \frac{2}{3}$

* $3^x - 3 = 2 \Leftrightarrow 3^x = 5 \Rightarrow x = Tse_{[\varepsilon]}(3,5) = \frac{1}{\ln 3}\times\ln\left(\frac{3}{5}\right)+1$

$x \simeq 1,46497352 1..$

Pour rappel, si $a^x = b$, $(a,b) \in \mathbb{R}^{*2}$

$$x = Tse_{[\varepsilon]}(a,b) = \left[\left(\frac{1}{\ln Ts\infty_{[\varepsilon]}(\varepsilon^a - 1)}\right)\times\ln\left(\frac{Ts\infty_{[\varepsilon]}(\varepsilon^b - 1)}{Ts\infty_{[\varepsilon]}(\varepsilon^a - 1)}\right)+1\right]$$

$Ts\infty_{[\varepsilon]}x = \frac{\ln(|x|+1)}{\ln\varepsilon}$, $\varepsilon = 1,00000001$

ÉNONCÉ 16

$$f: \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto x^x \end{array}$$

1°) a) déterminons le domaine de définition Df de f :

$$Df = \mathbb{R}^*_+ \sqcup \mathbb{Q}^*_- \setminus \left\{\frac{p}{2q}\ ;\ p, q \in \mathbb{Z}^*_-\right\}$$

b) déterminons Dn, le domaine de définition de f sur son domaine népérien :

$$Dn = \{x \in \mathbb{R} / x > 0\}, \quad \underline{Dn = \mathbb{R}^*_+ =]0, +\infty[}$$

• déterminons D'n le domaine non népérien de f :

$$D'n = Df - Dn \ ; \quad D'n = \mathbb{Q}^*_- \setminus \left\{\frac{p}{2q}\ ;\ p, q \in \mathbb{Z}^*_-\right\}.$$

c) Représentation graphique de f (voir la page 264 du Livre I du document de recherches).

2°) déterminons le domaine de définition de h et g :

• $Dh = \{x \in \mathbb{R} / 1+x \text{ et } x-3 \neq 0\}$

$$Dh =]-1, +\infty[\setminus \{3\} = \underline{]-1, 3[\sqcup]3, +\infty[}$$

• $Dg = \{x \in \mathbb{R} / -x+2 > 0 \text{ et } x+3 \neq 0\}$

$$Dg =]-\infty, 2[\setminus \{-3\} = \underline{]-\infty, -3[\sqcup]-3, +\infty[}$$

ÉNONCÉ 17

1°) Rangeons les nombres donnés dans l'ordre croissant :

Pour rappel, la fonction clone ($ts_{[2]}x$) est une fonction strictement décroissante sur $\mathbb{R}^*_+$. A cet effet

$$ts_{[2]}5{,}3 < ts_{[2]}5{,}5 < ts_{[2]}4{,}7 < ts_{[2]}3{,}7 < ts_{[2]}2{,}3 < ts_{[2]}1{,}1 < ts_{[2]}0{,}1$$

2°) Etablissons le tableau de variation de g(x) :

$$g(x) = ts_{[e]}(-x+3)$$

• Domaine de définition de g (Dg) :

$$Dg = \{x \in \mathbb{R} / -x+3 > 0\}$$

$$\tan(60°15'_{q2}) = \left(\frac{0,8682070654}{0,4962212513}\right)_{q2} = 1,749637008_{q2}$$

$$\underline{\tan(60°15'_{q2}) \simeq 1,7496_{q2}}$$

ÉNONCÉ 17

Etablissons d'abord le tableau de migration des données comptables du corps vers le corps $\mathbb{R}_{q2}$

Exemple

Soit $X \in \mathbb{R}$ et $X' \in \mathbb{R}_{q2}[1,000001]$, ainsi

$X' = T_{\frac{-1}{500}}^{t} X$ avec $t = 1,000001$; à cet effet

8.000.000 équivaut à $[1,000001^{\wedge 8.000.000} - 1]_{q2} \Leftrightarrow$

$2979,946063_{q2}$

Eléments	Montants sur $\mathbb{R}$	Montants sur $\mathbb{R}_{q2}$
Matériel de transport	8.000.000 F	$2979,946063_{q2}$ F
Caisse	500.000 F	$0,6487208585_{q2}$ F
Marchandises	3.200.000 F	$23,53249094_{q2}$ F
Fournisseurs	1.300.000 F	$2,669294283_{q2}$ F
Terrain	6.000.000 F	$402,4275832_{q2}$ F
Emprunts bancaires	900.000 F	$1,459602004_{q2}$ F
Matières premières	600.000 F	$0,8221182537_{q2}$ F
Réserves	100.000 F	$0,1051708628_{q2}$ F
Banque	300.000 F	$0,3498586051_{q2}$ F
Capital	1.500.000 F	$3268991,855_{q2}$ F

1°) Déterminons sur $\mathbb{R}_{q2}$:

a) Le total des biens, soit $T_{B_{q2}}$

- Matériel de transport : $2979,94606 3_{q2}$ F

$\oplus$

- Caisse : $0,648720858 5_{q2}$ F

$\oplus$

- Marchandises : $23,53249094_{q2}$ F

$\oplus$

- Terrain : $402,4275832_{q2}$ F

$\oplus$

- Matières premières : $0,822118253 7_{q2}$ F

$\oplus$

- Banque : $0,349858605 1_{q2}$ F

$T_{B_{q2}} = 119639150,5F_{q2}$

b) Le total des dettes, soit $T_{D_{q2}}$

- Fournisseurs : $2,669294283_{q2}$ F

$\oplus$

- Emprunts bancaires : $1,459602004_{q2}$ F

$T_{D_{q2}} = 8,025003572_{q2}$

c) Résultat net, soit $R_{N_{q2}}$

$R_{N_{q2}}$ = [Total actif ($T_{B_{q2}}$) $\ominus$ Total passif hors résultat ($TPhr_{q2}$)$]_{q2}$, et, Total passif hors résultat$_{q2}$ = [CAPROS $\oplus$ Dettes $]_{q2}$ = [capital $\oplus$ Réserves $\oplus$ Dettes$]_{q2}$

- Application numérique :

$TPhr_{q2} = 3268991,855_{q2} \oplus 0,105170862 8_{q2} \oplus 8,025003572_{q2}$

$= 32605492,68^{F}_{q2}$,

$R_{N_{q2}} = T_{B_{q2}} \ominus T_{Phr_{q2}} = \left(\frac{T_{B_{q2}} - T_{Phr_{q2}}}{T_{Phr_{q2}} + 1}\right)_{q2}$, ainsi

$R_{N_{q2}} = 2,669294281_{q2}$ F

2°) Bilan de l'entreprise au 31-12-N

Actifs	Montants	Passifs	Montants
Terrain	$402,4275832_{q2}$ F	Capital	$3268991,855_{q2}$ F
Matériel de transport	$2979,946063_{q2}$ F	Réserve	$0,105170862 8_{q2}$ F
Marchandises	$23,55249094_{q2}$ F	Résultat	$2,669294281_{q2}$ F
Matières premières	$0,822118253 7_{q2}$ F	Emprunts bancaires	$1,459602004_{q2}$ F
Banque	$0,349858605 1_{q2}$ F	Fournisseurs	$2,669294281_{q2}$ F
Caisse	$0,6487208585_{q2}$ F		
Total	$119639150,5_{q2}$ F	Total	$119639150,5_{q2}$ F

3°) La fortune ou la situation nette (SN_{q2}) de l'entreprise

$$SN_{q2} = TB_{q2} \ominus TD_{q2} = \frac{TB_{q2} - TD_{q2}}{TD_{q2} + 1}$$

Application numérique :

$$SN_{q2} = \left(\frac{119639150,5 - 8,025003572}{8,025003572 + 1}\right)_{q2}$$

$$\underline{SN_{q2} = 13256409,43_{q2}\text{F}}$$

b- Retrouvons la fortune SN de l'entreprise sur le corps réel $\mathbb{R}$ et ce à partir du résultat précédent (SN_{q2}) :

$$SN = T_{s\infty}^{t}(SN_{q2}) = \frac{\ln(1 + SN_{q2})}{\ln t}, \text{ avec } t = 1,000001,$$

ainsi $$S_N = \frac{\ln(13256409,43 + 1)}{\ln 1,000001}$$

$$= 16.400.000\text{F}$$

$$\underline{S_N = 16.400.000\text{F}}$$

Note. Dès à présent, on peut effectuer une même opération d'une infinité de manières en variant infiniment la classe-t, $t \in]1, +\infty[$ sur le corps $\mathbb{R}_{q2}$. Dès que les outils externes de calculs seront prêts, tout ça là serait facile.

ÉNONCÉ 18

Effectuons sur $\mathbb{R}_{q2}$ les opérations matricielles données

a) $$3_{q2} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 511 \\ 1 & 0 \\ 31 & 15 \end{pmatrix}_{q2} = \begin{pmatrix} (3 \otimes 1) & (3 \otimes 511) \\ (3 \otimes 1) & (3 \otimes 0) \\ (3 \otimes 31) & (3 \otimes 15) \end{pmatrix}_{q2} = \begin{pmatrix} 3 & 262143 \\ 3 & 0 \\ 1023 & 255 \end{pmatrix}_{q2}$$

b) $$\begin{pmatrix} 0 & 15 \\ -1 & 7 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}_{q2} \oplus \begin{pmatrix} 1 & 31 \\ 3 & -7 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}_{q2} = \begin{pmatrix} (0 \oplus 1) & (15 \oplus 31) \\ (-1 \oplus 3) & (7 \oplus (-7)) \\ (3 \oplus 7) & (3 \oplus 3) \end{pmatrix}_{q2} = \begin{pmatrix} 1 & 511 \\ 1 & 0 \\ 31 & 15 \end{pmatrix}_{q2}$$

ÉNONCÉ 19

Transposons les expressions données de l'ensemble $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}_{q2}$:

Pour rappel, $F(x) = [TS_{2}^{\frac{-1}{\infty}}(f(x))]_{q2}$ si $f(x) \geq 0$;

$F(x) = [-TS_{2}^{\frac{-1}{\infty}}(-f(x))]_{q2}$ si $f(x) \leq 0$

1) $f_1(x) = 2\log_2(x+1) + \log_2\frac{3}{4}$, $x \geq 0$

+ 1ère méthode

soit, $F_1(x) = [TS_{2}^{\frac{-1}{\infty}}(f_1(x))]_{q2}$, $x \geq 0$, $2\log_2(x+1) > 0$ et $\log_2\frac{3}{4} < 0$

$$F_1(x) = [TS_{2}^{\frac{-1}{\infty}}(2\log_2(x+1)) \oplus (-TS_{2}^{\frac{-1}{\infty}}(-\log_2\frac{3}{4}))]_{q2}$$

$$= [TS_{2}^{\frac{-1}{\infty}}(\log_2(x+1)^2) \ominus (TS_{2}^{\frac{-1}{\infty}}(\log_2\frac{4}{3})]_{q2}$$

$$= [(2^{\wedge}\log_2(x+1)^2 - 1) \ominus (2^{\wedge}\log_2\frac{4}{3} - 1)]_{q2}$$

$$= [((x+1)^2 - 1) \ominus (\frac{4}{3} - 1)]_{q2}$$

$$= [(x^2 + 2x) \ominus \frac{1}{3}]_{q2}$$

$$F(x) = [(x^2+2x) \ominus \frac{1}{3}]_{q2} = [(x \oplus x) \ominus \frac{1}{3}]_{q2} = [3 \otimes x \ominus \frac{1}{3}]_{q2} , x \geq 0$$

* 2e Méthode ou 2e manière de procédé :